

# Obrana matematiky

**Cílem této úvahy je formou tezí a vnitřního monologu reagovat na otázky, s nimiž se jako profesionální matematik běžně setkávám a které si někdy i sám kladu. Nezastírám, že mnohdy mám na stejnou věc několik názorů, které se vzájemně vylučují, tedy i vyznění mého textu může být neurčitě či rozporuplné. Také nejsem schopen potlačit místy velmi patrné vaculíkovské hudrování, že svět není takový, jaký bych ho chtěl mít. Citátem Ludvíka Vaculíka také esej ukončím.**

text **MARTIN MARKL**

**ACH TEORETICKÝ MATEMATIK**, vždy jsem preferoval problémy s možnými aplikacemi v matematické fyzice nebo alespoň v jiných oborech matematiky. Tímto přístupem jsou samozřejmě ovlivněny mé úvahy. Nechci také popírat vliv skvělé eseje Aleše Pultra [2]. Osobní zpovědí opravdu „čistého“ matematika je kniha Godfreye H. Hardyho [1]. Titul mé eseje je přiznanou parafrází jejího názvu. Začněme tedy.

**K ČEMU JE MATEMATIKA DOBRÁ A JAKÝ MÁ SMYSL?** Teoretický matematik je často konfrontován s touto otázkou, zatímco chemik nebo historik je, alespoň pokud mohu posoudit, podobných otázek ušetřen. Jedním důvodem může být, že s matematikou se většina z nás setkávala na všech stupních vzdělání, takže máme pocit, že o ní víme vše, a nedovedeme si představit, co by se ještě dalo vymyslet. Podobným otázkám možná čelí jazykovědci, i když to si pouze domýšlím.

Druhým důvodem je jistě obtížná sdělitelnost matematických výsledků. I laik se může radovat z nálezů fosilie třetihorní žábry či společně s historikem uvažovat, kam zmizelo pedálové cembalo z pozůstalosti J. S. Bacha. Nakonec i astronom se nedávno pochlubil krásným počítačově zpracovaným snímkem černé díry. Odvažují se však říci, že komunikovat (záměrně neříkám

vysvětlit) pokročilé matematické výsledky s laikem je nemožné. To nám matematikům, v kombinaci se všeobecně rozšířeným omylem, že každá věc se dá vysvětlit každému, způsobuje mnoho těžkostí při obhajobě našeho oboru.

## MATEMATIKA JE VERTIKÁLNĚ BUDOVANÁ STAVBA

Matematika jako hrad stojí na skále, má sklepení a přízemní část, ze které pak vybíhají věže. K nim se nedostaneme, pokud neprojdeme nižší částí. Tou skálou matematiky je korpus vědění minulých generací v rozsahu řekněme středoškolské matematiky. Sklepením je teorie množin, z nichž jsou matematické objekty utkány, a logika učící, jak s těmito objekty pracovat. Střední částí je pak společný základ, který musí znát každý dobrý matematik – integrální a diferenciální počet, topologie, geometrie, algebra a funkcionální analýza, snad i trocha statistiky, kombinatoriky a numerických metod. Věže jsou pak výhonky jednotlivých speciálnějších oborů. Ne každý se dostane až na vrchol. Na cestě k němu však nelze vynechat žádný mezistupeň.

Zpět tedy k otázce, k čemu je matematika dobrá. Protože nevím, kam směřuje svět ani jaký má smysl, jsem schopen posuzovat užitečnost i smysl věcí pouze ve vztazích k věcem ostatním, jejichž smysluplnost se

považuje za samozřejmou. Pokusím se tak učinit i s matematikou.

## MATEMATIKA JAKO JAZYK FYZIKY

Paří k rozšířeným omylům, že geniální věci jsou jednoduché. Proti tomuto nesmyslu je třeba energicky vystupovat. Dvě nejlépe ověřené fyzikální teorie, tedy standardní model kvantové mechaniky a Einsteinova obecná teorie relativity, využívají velmi složitý matematický aparát vyžadující znalosti na pokročilé vysokoškolské úrovni. Fyzikální teorii můžeme popularizovat zajímavými výsledky či myšlenkovými pokusy, nicméně bez matematického aparátu jim neporozumíme ani na úrovni poučeného laika. Svět je popsán fyzikálními modely formulovanými v jazyce matematických struktur. Bez matematiky bychom tyto modely nebyli schopni vytvořit ani popsat, tím méně s nimi pracovat.

## MATEMATIKA KULTIVUJÍCÍ

Matematika je čisté myšlení. Je to snad jediná oblast lidského konání, kde platnost výsledků není závislá na názoru či interpretaci. Matematik totiž musí svá tvrzení dokázat z výchozích axiomů pomocí daných odvozovacích pravidel. Matematika je tedy svojí podstatou protikladem postmoderních postulátů, že pravda je věcí názoru a realita jen narativ, který si můžeme vybrat podle potřeby a podle potřeby jej změnit. Matematika také učí přesně formulovat myšlenky, odlišit příčinu a důsledek, předpoklad a závěr, rozpoznat fakta a manipulaci. To je osvěžující protipól k blátivému myšlení naplňujícímu mediální prostor. Troufnu si říci, že nás matematiky je poměrně obtížné vodit za nos.

## MATEMATIKA FASCINUJÍCÍ

Z profesního hlediska mne v poslední době nejvíce zaujala detekce gravitačních vln vybuzených splnutím masivních černých děr a zejména pak to, jak se naměřená data shodla s teoretickou, matematickou predikcí. To je přece fantastické! Na jedné straně



**RNDr. MARTIN MARKL, DrSc.,** (\*1960) je vedoucí vědecký pracovník Matematického ústavu AV ČR v Praze. Je autorem či spoluautorem desítek vědeckých článků a několika monografií věnovaných tématům na pomezí algebry, geometrie a matematické fyziky. V roce 2018 mu předsedkyně Akademie věd ČR udělila Akademickou prémii.

máme obrovské přírodní síly a vzdálenosti vymykající se jakýmkoliv představám, na druhé straně Einsteinovy rovnice, jejichž řešení se shoduje s tím, co pozorujeme, a to na samotné hranici jejich použitelnosti. Proč je tomu tak, je pro mne velkou záhadou.

## MATEMATIKA VŠUDYPŘÍTOMNÁ

Uchýlím se k mělkému přirovnání. S matematikou se to má jako se vzduchem. Ten je od narození všude kolem nás, takže si jeho nezbytnost uvědomíme, až když se začneme dusit. Také matematika je natolik protkána s naší realitou, že její přítomnost nevnímáme. Důsledkem této neviditelnosti je pocit, že matematika existuje tak nějak automaticky a že ji tedy není třeba rozvíjet a podporovat.

Matematika je vtělena do obrovského množství aplikací. Namátkou jmenuji GPS, digitální fotoaparáty, mobilní telefony, počítačovou tomografii, internetové vyhledávače, roboty, numerické předpovědi počasí, meteorologické a telekomunikační družice a tak dále. Kdyby matematika zmizela, ocitneme se v době kamenné.

## MATEMATIKA JAKO PARADIGMA

Kvantová mechanika popisuje fyzikální stav jednotkovým vektorem v Hilbertově prostoru. Výsledky měření pak vystupují s jistými pravděpodobnostmi jako vlastní čísla hermitovských operátorů reprezentujících danou fyzikální veličinu. Každé konkrétní měření navíc způsobí kolaps kvantového systému, a my tedy pozorujeme jenom tyto kolabované stavy. To je v naprostém rozporu s tradičními představami fungování světa i s konceptem objektivní reality nezávislé na pozorovateli. Naše intuice založená na smyslové zkušenosti z makrosvěta fatálně selhává. Z oková naší omezené představitosti zde unikáme díky dvojvládi matematiky a fyziky, frustrování znepokojivým zjištěním, že ne vše si lze představit.

## PROČ SE MATEMATIKU UČIT?

Této otázce se matematik nemůže vyhnout. Neumím na ni odpovědět, stejně tak ovšem nevím, proč se učit cokoliv jiného. Pokusím se tedy místo toho reagovat na standardní argumenty, proč se matematiku *neučit*.

## MATEMATIKA JE TĚŽKÁ

Ale ano, samozřejmě! Všechny hodnotné věci jsou těžké! Naučit se netriviální věci je dřina. Spoustu vědomostí je prostě nutné se „nabířovat“, přestože se to dnes jaksi nehodí říkat. Ještě bych mohl masarykovsky dodat, že studium dlouhých a technicky složitých pasáží učí sebekázní a vytrvalosti. Aleš Pultr [2] v této souvislosti uvádí zajímavou analogii mezi výukou matematiky a výukou klasických jazyků – latiny a řečtiny. Učení nezáživných pasáží je trochu jako

běh. K němu se musím nutit a po celou dobu, kdy běžím, se těším, až to budu mít za sebou. Přesto běhám rád a běh mi přináší uspokojení.

## K ČEMU JE NEMATEMATIKOVI PYTHAGOROVA VĚTA?

Stejně tak se mohu zeptat, nač bych měl vědět, kdy byla (Kolumbem) objevena Amerika. Neznám odpověď na žádnou z těchto otázek kromě povšechného konstatování, že obě zmíněné vědomosti jsou součástí všeobecného vzdělání a že nám, každá trochu jinak, pomáhají porozumět světu kolem nás a orientovat se v něm. Zajímavé je, že člověk, který neví, kdy byla objevena Amerika, tento deficit tají, protože by vypadal jako nevzdělaný pitomec, zatímco celebrity se ve svých roztomile infantilních rozhovorech často chlubí, že jim matematika nešla.

## NEJVÝZNAMNĚJŠÍ MATEMATICKÉ OBJEVY UČINILI NEMATEMATICI

Tuto neuvěřitelnou hloupost jsem opravdu slyšel jako vážně míněný argument, že výuka matematiky by měla žáky hlavně bavit a motivovat, protože učit se ji do hloubky vlastně není třeba. Snad míněno v tom smyslu, že vědomosti snižují objevitelský potenciál. V podobných situacích mám dojem, že nejde o reformu vyučování, ale subverzivní aktivitu elit s cílem udržet lid v nevědomosti, a tedy přístupnější manipulacím. Takže pro pořádek: Bernhard Riemann i David Hilbert, autoři matematických základů teorie relativity a kvantové fyziky, byli samozřejmě profesionálové, stejně jako širší veřejnosti patrně známější Kurt Gödel (logika) či Alan Mathison Turing (samočinné počítače).

## JAZYK SE MŮŽE NAUČIT KAŽDÝ, ZATÍMCO NA MATEMATIKU JE TŘEBA MÍT PŘEDPOKLADY

To je obvyklý argument při debatách o povinné maturitě z matematiky. Kupodivu nikdo necítí potřebu vysvětlit, proč maturovat z češtiny, a ne například z morfologie hlavonožců. Jako dysgrafik a dyslektik bych volil maturitu z hlavonožců.

## K ČEMU MATEMATIKA, KDYŽ MÁME POČÍTAČE?

Počítače matematiku nenahradí, jsou v lepším případě jejím pomocníkem. Předně je musí někdo naprogramovat, tedy porozumět problému, matematicky jej popsat a tento matematický popis převést do počítačové řeči. Dalším principiálním problémem je, že počítače umějí pracovat jen s konečným počtem cifer. Tedy například místo transcendentního Ludolfova čísla používají jeho zaokrouhlení. V průběhu výpočtu se tak hromadí chyby, které mohou vést k falešným řešením nebo naopak k tomu, že

počítač žádné řešení nenajde. Proto je analytické řešení pomocí papíru a tužky vždy cennější. Přesně tak v nedávném rozhovoru vysvětloval můj kolega a náš přední relativista Vojtěch Pravda význam analytického řešení Einsteinových rovnic.

Počítače ale mohou matematikovi i jeho úvahách opravdu pomoci, například při testování hypotéz v teorii čísel nebo v situacích, kdy se problém rozpadá na konečné, nicméně veliké množství případů, jež je třeba mechanicky probrat. Takto byla svého času dokázána slavná věta o čtyřech barvách. Ta tvrdí, že libovolnou politickou mapu můžeme obarvit nejvýše čtyřmi barvami tak, aby žádné dva sousedící státy neměly stejnou barvu. Počítače také provádějí symbolické výpočty, ve kterých místo s čísly pracují s proměnnými, případně s diagramy – upravují „vzorečky“. To může být užitečné třeba v kombinatorické algebře nebo teorii kategorií.

## CO MI MATEMATIKA PŘINÁŠÍ A PROČ SE JÍ ZABÝVÁM?

Mé důvody jsou podobné těm, které uvádí G. H. Hardy [1]. Matematiku dělám především proto, že je to věc, kterou umím nejlíp a i po letech se mi pořád docela líbí. Matematika je vysoce tvůrčí inovativní činnost, takže občas pocítím metafyzické vytržení nad tím, že jsem vytvořil něco, co za celou dobu trvání lidské historie ještě nikdo neudělal. Kdo jiný něco podobného zažije? Protipólem je ovšem sepisování výsledků a jejich příprava k publikaci. Dále si troufám tvrdit, že snad právě díky existenci objektivních kritérií je atmosféra v matematické komunitě poměrně příjemná. Každý si alespoň sám pro sebe uvědomuje své místo. Oproti všeobecnému přesvědčení je mezi matematiky mnoho zábavných a vtipných lidí. Matematik také často překvapí šíří svých vědomostí a zájmů. Ludvík Vaculík v jedné eseji pro Lidové noviny napsal (myslím, že vlevo dole, cituji podle paměti): „Nikdo nemůže popřít, že my katolíci jsme jaksi lepší lidé.“ Rád bych řekl to samé o matematicích. ●

**Poděkování:** Rád bych vyjádřil vděčnost svým příbuzným, přátelům i kolegům za kritické přečtení textu a cenné připomínky. Článek vznikl za podpory Akademické prémie a grantů GA ČR 18-07776S a P201/12/G028.

## K dalšímu čtení...

- [1] Godfrey H. Hardy: Obrana matematikova. Prostor, 1999.
- [2] Aleš Pultr: Chvála neoblíbených předmětů. Soukromě šířený text. Datováno březen 2007.

text Aleše Pultra na [www.vesmir.cz](http://www.vesmir.cz)